

ANALYTISKA FUNKTIONER

DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 17.9.2009

1. Visa att unionen av ett godtyckligt antal och snittet av ett ändligt antal öppna mängder är en öppen mängd.

2. Visa att snittet av ett godtyckligt antal och unionen av ett ändligt antal slutna mängder är en sluten mängd.

3. Låt $A \subseteq C$. Visa att (a) $A^{00} = A^0$, (b) $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$.

Av (a) följer att A^0 är öppen och av (b) att $\overline{A}$ är sluten.

4. (a) Betrakta mängden $M = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$. Bestäm M' , mängden av alla hopningspunkter för M .

(b) Undersök om M' är öppen eller sluten i C .

(c) Bestäm $\overline{M}$, mängden av alla höljepunkter för M .

5. Låt $z_n = \frac{1+in}{n+i}$, $n = 1, 2, \dots$. Visa med stöd av definitionen att $z_n \rightarrow i$ då $n \rightarrow \infty$.

6. Visa att om $z_n \rightarrow z_0 \in C$ och $\omega_n \rightarrow \omega_0 \in C$ då $n \rightarrow \infty$, så har talföljderna $\{z_n + \omega_n\}$ och $\{z_n \cdot \omega_n\}$ gränsvärdena $z_0 + \omega_0$ respektive $z_0 \cdot \omega_0$.